

Projet de modélisation 2023 : Conception thermique et mécanique d'un profilé métallique

Antoine Rallu - ENTPE/LTDS (antoine.rallu@entpe.fr)

Contexte du problème

Dans les domaines du génie civil et du bâtiment, la construction d'une structure basée sur l'assemblage de poutres est d'usage courant. Leur dimensionnement répond à différents domaines d'exigences, principalement mécaniques et thermiques.

L'objectif de ce projet est de concevoir un profilé métallique dont la section présente le meilleur compromis possible entre résistance mécanique en flexion et évacuation de la chaleur, selon un essai en laboratoire décrit ci-après.

1 Problème

Considérons une poutre en acier de longueur ℓ de profil rectangulaire $a \times b$ et de conductivité thermique λ_a , voir figure 1. L'objectif est de quantifier, en régime permanent, la répartition de température dans la section droite située au milieu de la poutre dans les conditions suivantes :

- deux lattes de bois de conductivité thermique λ_b maintiennent latéralement la poutre;
- un élément chauffant impose une répartition de température $x \rightarrow T_i(x)$ sur la paroi supérieure, telle que :

$$T_i(x) = \left(\frac{2}{a}\right)^2 (T_0 - T_e) x(a - x) + T_e \quad \forall x \in \llbracket 0, a \rrbracket$$

- la paroi inférieure est laissée à l'air libre de température constante T_e .

On pourra prendre les valeurs numériques suivantes :

$$a = 12\text{cm} \quad ; \quad b = 9\text{cm} \quad ; \quad \ell = 5\text{m} \quad ; \quad T_e = 15^\circ\text{C} \quad ; \quad T_0 = 150^\circ\text{C}$$

2 Première partie : calcul de la répartition de chaleur dans une poutre

Modélisation : Modéliser le problème proposé sous forme d'un problème (\mathcal{P}) aux limites linéaire et bidimensionnel.

Analyse du problème : Ecrire la formulation variationnelle (\mathcal{P}_v) associée à (\mathcal{P}) et prouver ainsi l'existence et l'unicité de la solution de (\mathcal{P}) .

Résolution analytique : Résoudre analytiquement le problème (\mathcal{P}) par séparations de variables.

Résolution numérique : Résoudre numériquement le problème (\mathcal{P}) par la méthode des différences finies, que vous coderez dans le langage de votre choix (Python, matlab, ...). Vous testerez différentes finesses de maillage (de plus en plus fins), et justifierez la finesse du maillage retenue.

Analyses des résultats : Comparer les solutions analytique et numérique, puis tracer les isothermes.

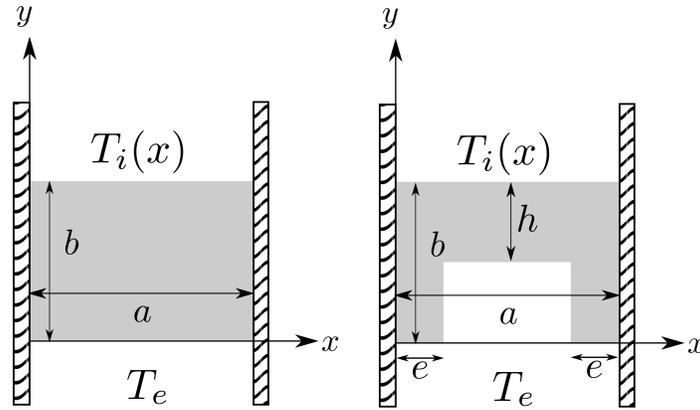


Figure 1: Profilés métalliques maintenus par des panneaux de bois. A gauche : profil plein, à droite : profil en U.

3 Seconde partie : optimisation thermique et mécanique

On cherche à présent à concevoir un profilé métallique "en U" (pieds de largeur $e = 3\text{cm}$, h à déterminer) dont la géométrie est donnée figure 1. La section de ce profilé doit présenter le meilleur compromis possible entre deux paramètres : la raideur en flexion et la température moyenne dans la poutre.

Tracer les évolutions de ces deux paramètres en fonction de h . Quelle conception finale considérez-vous?

4 Attendus

La forme des livrables attendus est conforme à celle décrite dans les documents de présentation du "Projet de Modélisation", en particulier :

1. un rendu intermédiaire devra comporter les éléments de la phase 1 et de la phase 2-a).
2. un rapport technique dactylographié synthétique (20 pages de corps de texte maximum) avec des annexes (script de votre programme, détails de calcul... Certaines annexes pourront être manuscrites). Un soin particulier sera apporté à la rédaction, à l'orthographe et aux graphiques (axes, légendes,...). Ce rapport, réalisé par trinôme, au format pdf, sera déposé **sur la plateforme MOODLE avant le 08/06/2023**;
3. les modalités complémentaires d'évaluation du travail sont décrites dans les documents de présentation du "Projet de Modélisation".